

# **MODELAGEM DE MANCAIS MAGNÉTICOS ATIVOS.** Efrain Araujo Perini, Luiz de Paula do Nascimento. – Engenharia Mecânica – Departamento de Engenharia Mecânica – Faculdade de Engenharia – Campus de Ilha Solteira.

Os mancais magnéticos renovaram o conceito de mancais e suas aplicações. Diferentemente da força mecânica de reação presente nos mancais de deslizamento e fluidodinâmicos, estes mancais são projetados para manter um eixo em levitação dentro do mancal apenas por forças magnéticas. Devido às suas características e princípios de funcionamento, eles podem ser utilizados com importantes vantagens dependendo de sua aplicação, sendo uma importante delas o controle ativo de vibrações de rotores, como evidencia *Kasarda et al (2004)*.

Frente às vantagens e inovadoras aplicações, propôs-se então um projeto de pesquisa para o desenvolvimento de uma análise teórica do desempenho de um sistema de controle ativo utilizando mancais magnéticos como atuadores de não-contato para a redução de vibrações em rotores. Para que tal objetivo seja alcançado futuramente, este trabalho teve como ponto de partida a modelagem dos mancais magnéticos e a elaboração de uma rotina computacional para a determinação de suas características dinâmicas (rigidez e amortecimento), uma vez que o movimento oscilatório de qualquer sistema rotor-mancal é definido pelos valores dessas características que, além de variarem com a frequência, também variam em função dos parâmetros adotados para os componentes do circuito eletrônico de controle. Dessa forma, torna-se possível, através dos mancais magnéticos, alterar a dinâmica dos rotores para operarem em condições dinâmicas mais favoráveis.

O embasamento teórico dos MMA está intimamente ligado aos princípios de eletromagnetismo e foi de primordial importância o estudo desta teoria para que a modelagem do sistema fosse desenvolvida. Fixou-se a folga  $g$  entre o rotor e o estator e a área  $A_g$  da face de cada pólo ou magneto. Sabe-se que o fluxo magnético é produzido em cada pólo do atuador (em forma de ferradura) por um enrolamento de  $N$  espiras com uma corrente  $i$  fluindo através dele. Um amplificador de potência produz a corrente elétrica necessária no enrolamento. Vale ressaltar que um circuito magnético real possui efeitos tais como difusão das linhas de forças e fugas de corrente que, em geral, não são consideradas na equação da força eletromagnética. Assim, um fator de correção geométrico  $\varepsilon$  pode ser convenientemente usado para conduzir a resultados mais precisos, de forma a levar em consideração esses efeitos. Então, a partir de tais princípios e um pouco de álgebra, obtém-se a Eq. (1), para relacionar os parâmetros geométricos e construtivos dos mancais com a força que este pode aplicar sobre o eixo.

$$F = \varepsilon \frac{\mu_0 N^2 i^2 A_g}{4g^2} \quad (1)$$

onde  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} (Hm^{-1})$  é a permeabilidade do espaço livre (ar) e o valor do fator geométrico de correção  $\varepsilon$  é admitido ser 0,9 para mancais axiais e 0,8 para mancais radiais, aproximadamente. Essa diferença primariamente reflete um efeito de fuga de corrente mais acentuado na geometria dos mancais radiais. Uma vez que as forças eletromagnéticas são apenas de atração, devem-se posicionar os atuadores em ambos os lados diametralmente opostos do rotor, em um arranjo de dupla ação, como ilustrado na Figura 1, de tal forma que a força líquida  $F_N$  em um plano do mancal é dada por,

$$F_N = F_2 - F_1 \quad (2)$$

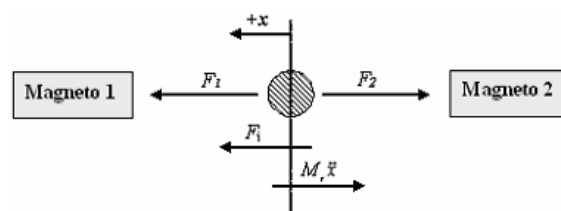


Figura 1 - Layout de um eixo de controle de um mancal radial.

Na Figura 1,  $F_1$  e  $F_2$  são as forças de atração que atuam em um eixo de controle,  $F_i$  é uma força harmônica externa aplicada sobre o sistema e  $M_r$  a massa do rotor. A partir desse modelo deseja-se obter a constante de rigidez ( $K_{eq}$ ) e o fator de amortecimento ( $C_{eq}$ ) equivalentes do mancal magnético. Aplicando-se a segunda Lei de Newton, encontra-se a equação de movimento que descreve o sistema,

$$M_r \ddot{x} + F_2 - F_1 = F_i \quad (3)$$

A força líquida aplicada pelos magnetos do mancal varia com a corrente elétrica e a espessura da folga. Assim, pode-se determinar uma rigidez de corrente  $K_i$  e uma rigidez de posição  $K_x$ , as quais são obtidas em função das características geométricas e construtivas dos mancais. Essas rigidezes são dadas pelas seguintes equações:

$$K_i = \frac{\partial F_N}{\partial i_p} ; K_x = -\frac{\partial F_N}{\partial x} \quad (4a ; 4b)$$

A rigidez de posição é negativa porque quando o rotor se move para um lado, a força eletromagnética aumenta tendendo a puxá-lo na direção do seu movimento, diferentemente de uma mola mecânica, que tenderia a empurrá-lo para o centro. Substituindo as Eqs. (4a) e (4b) em (3), obtém-se,

$$M_r \ddot{x} + K_i i_p + K_x x = F_i \quad (5)$$

A relação entre a corrente de perturbação  $i_p$  (saída) e a posição do eixo (entrada) é dada por uma função de transferência global  $G(s)$ , representada por:

$$i_p(s) = G(s)x(s) \quad (6)$$

Assim, substituindo a Eq. (6) na Eq. (5), tem-se,

$$M_r \ddot{x} + K_x x + K_i G(s)x(s) = F_i \quad (7)$$

Sabe-se que a função de transferência global é dada por  $G(s) = a_G(s) + ib_G(s)$ , onde  $a_G(s)$  e  $b_G(s)$  representam a parte real e imaginária. Fazendo  $s = i\omega$ , e considerando uma força harmônica externa aplicada ao sistema, chega-se à seguinte equação:

$$-M_r \omega^2 X + X(K_x + K_i a_G) + iXK_i b_G = F \quad (8)$$

Na equação de movimento de um sistema, a parte real está relacionada com a rigidez e a parte imaginária com o amortecimento, portanto a Eq. (8) pode ser reescrita da seguinte forma, como mostra *Meirovitch (1990)*,

$$-M\omega^2 X + K_{eq} X + C_{eq} i\omega X = F \quad (9)$$

onde,

$$K_{eq} = K_x + K_i a_G ; C_{eq} = \frac{K_i b_G}{\omega} \quad (10a ; 10b)$$

Dessa forma, observa-se que as Eq. (10a) e (10b) representam, respectivamente, a rigidez e o amortecimento equivalente do mancal. Esses valores variam com a frequência devido à sua dependência da parte real e imaginária da função de transferência do controlador, também dependentes da frequência. Assim, para se modelar com sucesso um sistema de mancal magnético radial, se faz necessário conhecer a função de transferência do controlador. Considerando todos os componentes do circuito, a função de transferência global é dada por,

$$G(s) = SS(s)LP(s)PID(s)AMP(s) \quad (11)$$

onde  $SS(s)$ ,  $LP(s)$ ,  $PID(s)$  e  $AMP(s)$  são as funções de transferência do sensor de posição, do filtro passa baixa, do filtro PID e do amplificador de potência, respectivamente.

A partir das expressões matemáticas que representam a rigidez e o amortecimento equivalentes, Eqs. (10a) e (10b), implementou-se uma rotina computacional utilizando o *software Matlab* e os dados apresentados na Tabela (1) para o levantamento das curvas de rigidez e amortecimento equivalentes em função da frequência de vibração do rotor e dos parâmetros que compõe o controlador PID do circuito de controle ativo do mancal magnético.

Tabela 1 – Dados característicos do mancal analisado

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$\varepsilon$ (fator de correção geométrico)	0,8	$N$ (número de espiras)	228 espiras
$\mu_0$ (permeabilidade do ar)	$4\pi \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$	$i_b$ (corrente elétrica permanente)	1,5 A
$A_g$ (área da folga entre o rotor e o estator)	$67,558 \times 10^{-6} \text{ m}^2$	$g_0$ (espessura nominal da folga entre o rotor e o estator)	$0,381 \times 10^{-3} \text{ m}$

A função de transferência global conduz a um modelo para obtenção das características dinâmicas dos mancais com resultados satisfatórios em frequências até 150 Hz, aproximadamente. Nesta análise da influência da variação dos parâmetros do controlador sobre as características dinâmicas do mancal, utilizou-se uma faixa de 0 a 100 Hz e calculou-se uma rigidez equivalente média obtida nesta faixa de frequência e amortecimento na faixa entre 30 a 100 Hz.

Para a análise das curvas variaram-se, não simultaneamente, os valores do ganho proporcional ( $K_P$ ) e do ganho derivativo ( $K_D$ ) do controlador PID. O ganho integral ( $K_I$ ) e o ganho total ( $K_T$ ) foram mantidos constantes. Também, os parâmetros dos demais componentes do circuito foram mantidos constantes. Assim, obteve as seguintes curvas de resposta em frequência para  $K_P$  igual a 60, 80 e 110.

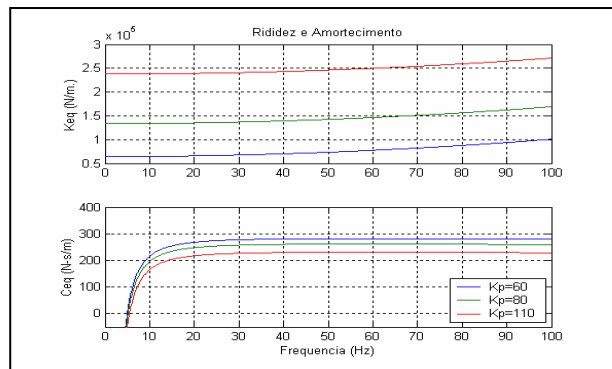


Figura 2 – Curvas de ( $K_{eq}$ ) e ( $C_{eq}$ ) em função da frequência variando-se apenas  $K_P$  e mantendo-se fixo:  $K_T = 0,00006$ ;  $K_D = 0,1$ ; e  $K_I = 80$ .

Pelas curvas é possível inferir que  $K_{eq}$  é muito mais sensível do que  $C_{eq}$  ao aumento da magnitude do ganho proporcional ( $K_P$ ) uma vez que as curvas de  $K_{eq}$  estão consideravelmente distanciadas, conforme evidenciado pelos valores médios indicados a seguir na Tabela 2. Isso ocorre

devido ao fato de que os valores de  $K_p$  interferem apenas na parte real da função de transferência, que é parte utilizada para se calcular a rigidez equivalente, de acordo com as Eqs. (9), (10a) e (10b). Também se deve ressaltar que ocorreu uma ligeira diminuição do amortecimento equivalente. Logo, para fins de projeto, devem-se encontrar valores de  $K_p$  que satisfaçam a condição requerida de rigidez tomando-se o devido cuidado para não comprometer a outra característica do sistema.

Tabela 2 – Valores médios obtidos com a variação de  $K_p$

Valores de $K_p$	$K_{eq}$	$C_{eq}$
60	$76,52 \times 10^3$	280,82
80	$145,47 \times 10^3$	260,54
110	$248,90 \times 10^3$	230,13

A Figura 3 apresenta o comportamento que a variação de  $K_D$  provocava no sistema.

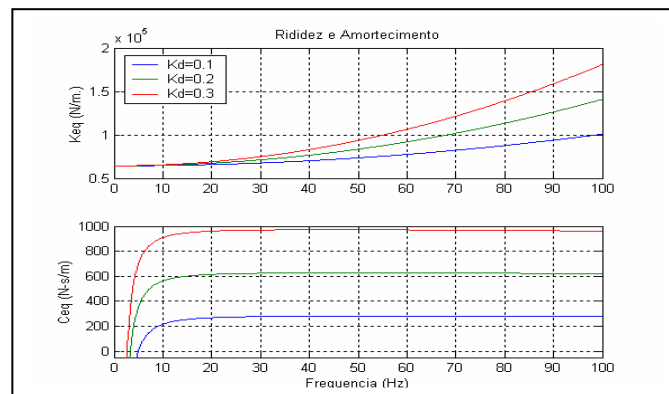


Figura 3 – Curvas ( $K_{eq}$ ) e ( $C_{eq}$ ) em função da frequência variando-se apenas  $K_D$  e mantendo-se fixo:  $K_T = 0,00006$ ;  $K_p = 60$ ; e  $K_I = 80$ .

O resultado obtido mostra que a variação do ganho derivativo ( $K_D$ ) interfere significativamente no amortecimento e muito pouco na rigidez do sistema, somente na faixa de frequências elevadas. Logo, para fins de projeto, este parâmetro é um dos mais importantes para se obter uma rigidez desejável sem alterar muito a rigidez. A Tabela 3 mostra os valores médios dos resultados.

Tabela 3 – Valores médios obtidos com a variação de  $K_p$

Valores de $K_D$	$K_{eq}$	$C_{eq}$
0,1	$76,52 \times 10^3$	280,82
0,2	$89,88 \times 10^3$	623,59
0,3	$103,25 \times 10^3$	966,36

Com essa análise observa-se que é possível manipular as características dinâmicas dos mancais magnéticos alterando-se apenas os valores de alguns parâmetros do controlador PID, sendo possível otimizar projetos de mancais magnéticos com características dinâmicas requeridas.

## Referências Bibliográficas

- [1] Kasarda, M. E.; Mendoza, H.; Kirk, R. G.; Wicks, A., "Reduction of subsynchronous vibration in a single-disk rotor using an active magnetic damper", *Mechanics Research Communications*, Vol. 31, pp. 689-695, 2004.
- [2] Meirovitch, L., "Dynamics and control of structures", *John Wiley and Sons*, New York, USA, 1990.
- [3] Nascimento L. P. "Controle ativo de vibrações e ruído de rotores utilizando mancais magnéticos", UNESP, Ilha Solteira – SP, 2002.